

## Az alakíthatósági határgörbe meghatározása és modellezése

Szalai Szabolcs<sup>1</sup>, Harangozó Dóra<sup>2</sup>, Czinege Imre<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD hallgató, egyetemi tanársegéd, Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola, szalaisz@sze.hu

<sup>2</sup>PhD hallgató, egyetemi tanársegéd, Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola, harangozo.dora@sze.hu

<sup>3</sup>Professor Emeritus, Széchenyi István Egyetem, Anyagtudományi és Technológiai Tanszék, czinege@sze.hu

### Absztrakt

A lemezminősítés legfontosabb vizsgálati eljárásai a szakítóvizsgálat és az alakíthatósági határgörbe meghatározása. A mért alakíthatósági határgörbék modellezésére a szakítóvizsgálattal meghatározott jellemzőkre alapozva többféle anyagtörvényt és folyási feltétel kombinációt alkalmaznak. A cikk a határgörbe felvétel mérés technikai kérdéseivel és a közelítő függvények elemzésével foglalkozik.

### Abstract

Key testing processes of sheet metal qualification are the tensile test and the determination of Forming Limit Curve. Several combinations of material models and yield criteria are applied for modelling of measured FLC based on characteristics measured by tensile test. Questions concerning the measuring technique of the FLC and the analysis of the model functions are included in this paper.

### Kulcsszavak

Alakíthatósági határgörbe, Nakajima teszt, anyagtörvény, folyási feltétel, FLC modellek

### Keywords

Forming limit curve, Nakajima test, flow rule, yield criterion, FLC model

### 1. Bevezetés

A lemezalkatrészek egyre nagyobb részarányt képviselnek a modern gyártásban. A legfőbb alkalmazási területük a járműipar, a háztartási eszközök és a mezőgazdasági gépek előállítása, de emellett egyéb tömegcikkekben is jelentős az előfordulásuk. Ez elsősorban annak köszönhető, hogy a korábban forgácsolással vagy kovácsolással készült alkatrészekhez képest komoly tömegcsökkentés érhető el változatlan szilárdsági és merevségi követelmények teljesítése mellett. Ezért kiemelt jelentőségű az egyes lemezanyagok szilárdságának és

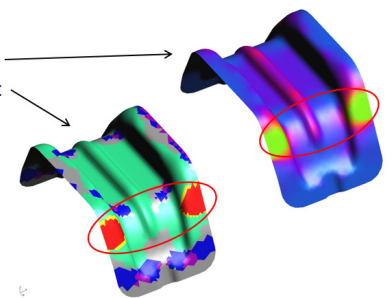
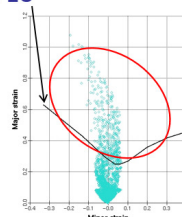
alakíthatóságának minél pontosabb ismerete, mert ezen tudás birtokában tervezhetők a felhasználási tulajdonságok és valósítható meg biztonságosan a gyártás.

A korszerű lemeztechnológiai tervezés a végeelem számításra alapozott, magasszintű anyagtudományi ismereteket alkalmazó művelet sor, melyben az anyagtulajdonságokat az anyagtörvény, a folyási feltétel és az alakíthatósági határgörbe együttesen írja le. E három tényező kölcsönös kapcsolatban van egymással és meghatározásuk során döntő szerepe van a korszerű anyagvizsgálati eljárásoknak. Ugyanis ezek a vizsgálatok szolgáltatják a legfontosabb anyagjellemzőket, melyek segítségével az említett tényezők matematikai formába önthetők. Például az anyagtörvényt a szakítóvizsgálattal meghatározott valódi feszültség-valódi alakváltozás függvénykapcsolat, a folyási görbe adja meg. Hasonlóan a korszerű folyási feltételek alkalmazásához a különböző irányokban mért folyáshatár és anizotrópia tényező, valamint a kéttengelyű (biaxiális) húzásból kapott folyáshatár ismerete szükséges. Ugyanígy magas szintű anyagvizsgálati felkészültséget igényel az alakíthatósági határgörbe kísérleti meghatározása is.

Ezen ismeretek komplex alkalmazását mutatja az 1. ábra, ahol egy végeelem számítással kapott gyárthatósági elemzés látható. A számításokhoz használt AutoForm szoftver ki tudja mutatni az alkatrész alakítása során várható falvastagság változásokat, szemlélteti a veszélyes elvékonyodást és ráncosodási hajlamot, valamint az alkatrész egyes

### Gyárthatósági elemzés

- Falvastagsági eloszlás
- Alakíthatósági vizsgálat
- FLC



1. ábra: Lemezalakítás modellezése

pontjainak alakváltozását átvetíti a bal oldalon látható alakíthatósági határgörbébe (FLC). Ez jól mutatja, hogy a munkadarab egyes pontjaiban számított alakváltozás már a görbe feletti kritikus zónába esik, tehát a gyártás ezzel az alakkal és paraméterekkel nem valósítható meg. A szoftver segítségével a technológiai paraméterek változása is elemezhető, például a bemutatott ábra 0,15-ös súrlódási tényező feltételezésével készült, de ha a súrlódási tényező csak 0,1 lenne, akkor az alakítás szimulációja már nem jelezne veszélyt.

A vázlatosan ismertetett gondolatmenet igazolja, hogy a modern technológiai tervező programok alkalmazásához komoly anyagvizsgálati háttérre van szükség. Jelen publikáció az alakíthatósági határgörbe meghatározásának kísérleti vizsgálatával és a görbe jellemzésére alkalmas elméleti modellek összehasonlító elemzésével foglalkozik, különös tekintettel az autóiparban használatos alumínium lemezekre.

**2. Irodalmi áttekintés**

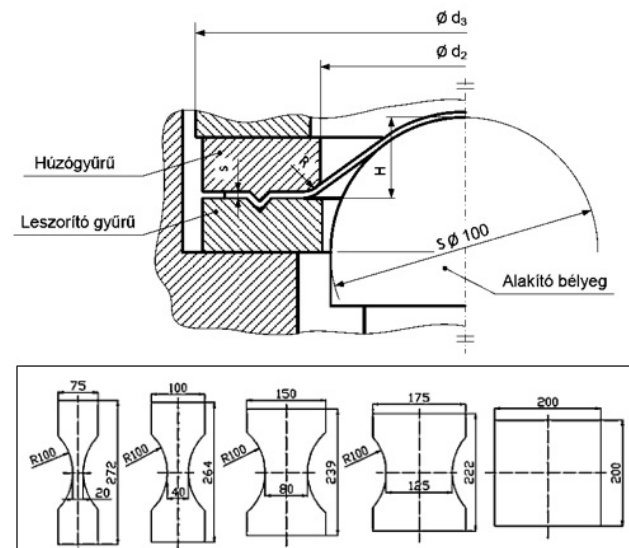
**2.1 Kísérleti technikák**

Ahogy az 1. ábra bal oldali diagramjáról látható, az alakíthatósági határgörbe a kisebb és nagyobb főalakváltozás ( $\epsilon_2-\epsilon_1$ ) koordináta-rendszerében mutatja azt a határalakváltozást, amelynél a lemez diffúz alakváltozása lokális alakváltozásba megy át, tehát megkezdődik a lemez helyi elvékonyodása, kontrakciója. Nyilvánvaló, hogy egy lemezalkatrészen ilyen helyi elvékonyodás nem engedhető meg az alakítás során, tehát az alakíthatóság határának a görbe által jellemzett alakváltozási állapot tekinthető. Ebből következik, hogy elvileg azok az összetartozó  $\epsilon_2-\epsilon_1$  alakváltozási pontok, amelyek a munkadarab alakítása során a görbe alatti területre esnek, biztonságosnak tekinthetők, a görbe feletti pontok pedig veszélyt jeleznek, ahol bekövetkezik a helyi elvékonyodás. Meg kell jegyezni, hogy az  $\epsilon_1=-\epsilon_2$  egyenes alatti területen fennáll a ráncosodás veszélye is, de ennek a görbe meghatározása szempontjából nincs jelentősége.

Az elmondottakból következik, hogy a görbe felvételéhez olyan  $\beta=\epsilon_2/\epsilon_1$  alakváltozási irányokat kell megfelelő próbatetest alakokkal vagy irányított deformációval létrehozni, amelyek a tiszta húzáshoz tartozó  $\beta=-0,5$  értéktől az egyenlő mértékű két-tengelyű húzás  $\beta=1$  értékéig lefedik a koordináta-rendszert, és a megfelelő sűrűséggel felvett kísérleti eredményekből meghatározzák az alakíthatósági határgörbét. A különböző  $\beta$  alakítási útvonalak

mentén azt a pontot kell kijelölni, amelynél a lokális elvékonyodás megindul, mert ez lesz a határgörbe jellemző értéke. Természetesen a mérési szórás miatt a gyakorlati számításokhoz használatos határgörbéket 8-10% biztonsággal a mért értékek alatt adják meg, de ez már technikai kérdés, amely nem érinti a meghatározás elvi alapjait.

Az alakíthatósági határgörbe megalkotásának történetét számos publikáció mutatja be, részletes áttekintést például Marciniak [1] és Banabic [2] összefoglaló munkái adnak. A Keeler és Goodwin nevéhez kapcsolt diagram az 1960-as évek második harmadában nyerte el végleges formáját, elsősorban az autóiparban használatos acéllemezek viselkedésének leírására. Azóta számos szerző foglalkozott a vizsgálótechnika és az értékelés pontosításával, jelenlegi aktuális dokumentációját a legelterjedtebben használt Nakajima-vizsgálatra az MSZ EN ISO 12004-2:2009 szabvány tartalmazza. Ennek vizsgálati elrendezését a 2. ábra mutatja.



**2. ábra:** Nakajima-vizsgálat szerszáma és a próbatestek

A felső ábra szemlélteti a lemezdomborító szerzősám geometriai kialakítását, az alsó kép pedig a vizsgálathoz használt próbatestek alakját mutatja. A próbatetest sorozat nem teljes, általában egy görbe felvételéhez 7 próbatetest alak vizsgálata javasolt 3 párhuzamos próbával. A bal oldali első próbatetest közelítően az egytengelyű húzás állapotának felel meg, a jobb oldali négyzet alakú lemez pedig a kéttengelyű, 1:1 arányú ekvi-biaxiális nyújtás alakváltozását valósítja meg. Az alakváltozási folyamat időbeli változását 5-10 Hz frekvenciával mintavételezett digitális képek rögzítik a repedés megjelenéséig. A képeket digitális képkorrelációs technikával (DIC) értékelik, így kapják meg a próbatestek

felületi pontjainak  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_2$  összetartozó nyúlásértékeit. A mérési eredmények feldolgozására kétféle technikát alkalmaznak. Az MSZ EN ISO 12004-2:2009 szabvány szerinti eljárás a repedés előtti utolsó kép  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_2$  értékeiből következtet vissza a helyi elvékonyodás megindulására, erre példát a [3] irodalom mutat. A nyúlások időbeli változásának értékelésén alapuló eljárások az  $\varepsilon_1$  főnyúlás vagy az  $\varepsilon_3$  lemezvastagság csökkenés idő szerinti első vagy második deriváltjából következtetnek az alakváltozási határgörbe megfelelő pontjaira [4]. Természetesen ettől eltérő logikán alapuló értékelések is léteznek [5]. A kísérleti eredmények ismertetéséről szóló pontban lesznek erre vonatkozó példák.

A bemutatott Nakajima-teszt előnye az, hogy egyetlen kísérleti elrendezésben a teljes görbét fel lehet venni. Problémát okoz viszont a súrlódás minimalizálása, valamint az, hogy a lemez alakváltozása során hajlító igénybevétel is keletkezik. Ennek hatását a szabvány úgy próbálja csökkenteni, hogy 3 mm-ben korlátozza a vizsgálható lemezvastagságot a 100 mm-es bélyeg esetében. Ugyanakkor reális igény mutatkozott a görbe felvételére sík lemezen végzett alakítások modellezésével is, amelyet a Marciniak-teszt valósít meg. Ennél az alakító bélyeg hengeres alakú megfelelő lekerekítésekkel, és az alakítandó lemez, valamint a szerszám közötti súrlódás kiküszöbölésére egy alátét lemezt használnak, amely közvetíti az alakváltozást a vizsgálandó lemezre. A próbatest geometria megfelelő kialakításával itt is létrehozhatók különböző alakítási utak [6].

Az alakíthatósági határgörbe bal oldali ágának felvétele bemetszett szakító próbatestekkel is lehetséges. Ekkor az egyenletes keresztmetszettől a legélesebb bemetszésig kialakított próbatestek megvalósítják az egytengelyű húzástól az  $\varepsilon_2=0$  értékig terjedő  $\beta=-0,5\dots 0$  tartományba eső alakítási utakat. A görbe jobb oldali ága elvileg különböző arányú kéttengelyű húzással lenne felvehető, ezt azonban ritkán alkalmazzák.

## 2.2 Az alakíthatósági határgörbe elméleti modelljei

Az 1950-es évektől kezdődően számos elméletet dolgoztak ki a kutatók a képlékeny instabilitás megfogalmazására, melyek az FLC modellezés alapjául szolgálnak. Ezek szinte mindegyikét, a témával foglalkozó irodalom ismerteti, de különös figyelmet érdemelnek azok, amelyek valamilyen logikus csoportosítást is adnak, mint például Banabic [2] vagy

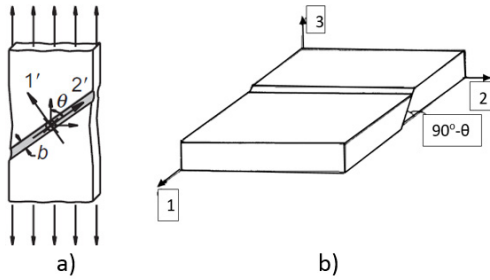
Zhang [7]. Ezek alapján egy lehetséges – nem teljesértékű – besorolás a következő:

- Bifurkációs (szétválási) elméleten alapuló modellek
  - Hill elvékonyodás a lemez síkjában (zero extension) maximális erő kritérium (maximum force criterion, MFC)
  - Swift (MFC alkalmazása biaxiális alakításra)
  - Sing-Rao (Hill-modell Voce-folyásgörbe közelítéssel)
  - Bressan-Williams (lemezvastagság irányú nyírás modellezése)
  - Stören és Rice (Vertex modell)
  - Hora (módosított maximális erő kritérium, MMFC és ennek továbbfejlesztése: e-MMFC)
- Geometriai hibákat feltételező modellek (geometrical imperfections)
  - Marciniak-Kuczynski-modell (MK)
  - Továbbfejlesztett MK-modellek (orientáció módosítása)
- Anyag károsodási modellek
  - Üregképződésen és növekedésen alapuló modellek (Gurson-Tvergaard-Needleman, GTN)
  - Vizioplasztikus modellek
- Empirikus modellek
  - FLC formális közelítése (Keeler-Brazier, Cayssials)
  - FLC becslése szakítóvizsgálati eredményekből (Surajit, Abspoel)

A további ismertetés célja nem az egyes elméletek kialakulása és a történelmi fejlődés bemutatása, hanem azoknak az irodalmaknak az áttekintése, amelyek elsősorban az egyes modellek alkalmazhatóságával foglalkoznak. A felsorolt első modellcsoport a szétválási (bifurkációs) elméleten alapul. Ennek lényege, hogy a növekvő alakváltozás egy bizonyos szakaszában az egyenletes és a lokális alakváltozás tartománya szétválik, megjelenik egy erőteljes vékonyodás, ahol a többi lemezrészhez képest sokkal erőteljesebb az alakváltozás. Ezt az intenzív alakváltozási sávot tekintik a tönkremenetel kezdeti fázisának. A lokalizációt mindig valamilyen, az anyagban meglévő destabilizáló hatás eredményezi, ezek lehetnek fémszerkezeti okok vagy felületi hibák is. A 3. ábra azt mutatja, hogy az 1 főirányban végzett húzás következtében a lemezen vagy a) a saját síkjában (in-plane) alakul ki intenzív alakváltozási zóna, vagy b) a lemezvastagság irányában lép fel nyírás (out-of-plane).

Hill a 3.a ábra szerinti jelenségből vezette le az





**3. ábra: Nyírási zónák kialakulása**

úgynevezett „zero-extension” elméletét a lokális kontrakció megjelenésére. E gondolatmenet szerint a lokális elvékonyodási zóna egytengelyű húzás hatására olyan, az (1a) egyenlet szerinti  $\theta$  szög alatt alakul ki, amely irányban az  $\epsilon_2=0$ . Az egyenletben  $\beta=d\epsilon_2/d\epsilon_1$  a nyúlásarány, amely szakítóvizsgálatra -0,5; ezt az (1a) egyenletbe helyettesítve kiadódik a közismert 35,26 fokos szög az intenzív alakváltozási zóna és a próbatest hossz tengelye között (gyakran ennek kiegészítő szöge, az 54,74 fok szerepel az irodalomban). Az elmélet ismert végeredményét az FLC nyúlások számítására az (1b) szerinti parciális differenciálegyenletek mutatják. Az egyenletekben  $\epsilon^*$  arra utal, hogy az alakváltozás az alakíthatósági határgörbe pontját jelenti,  $n$  pedig a keményedési kitevőt. Ha síkbeli feszültségi állapotra az  $f=f(\sigma_1, \sigma_2)$  függvény a Mises-féle folyási feltétel szerinti, akkor egyszerűen igazolható, hogy az alakíthatósági diagram pontjaira az (1c) szerinti összefüggések érvényesek. A levezetéskor az (1b) egyenletből származtatott parciális deriváltakban és az ezekből származtatott nyúlás összefüggésekben az  $\alpha=\sigma_2/\sigma_1$  feszültségarány szerepel, melyből az  $\alpha=(2\beta+1)/(2+\beta)$  helyettesítéssel lehet az (1c) egyenleteket megkapni. Ha viszont az (1b) egyenletekben az egyszerűsített Hill-féle  $f=f(\sigma_1, \sigma_2, r)$  folyási függvény szerepel, akkor az (1d) alakú egyenletek adódnak, amelyekben változóként már az átlagos anizotropia tényező is szerepel.

$$\theta = \arctg \sqrt{-\beta}, \quad (1a)$$

$$\epsilon_1^* = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_1}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2}} n \quad \text{és} \quad \epsilon_2^* = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_2}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2}} n, \quad (1b)$$

$$\epsilon_1^* = \frac{n}{1+\beta} \quad \text{és} \quad \epsilon_2^* = \beta \cdot \epsilon_1^*, \quad (1c)$$

$$\epsilon_1^* = \frac{1+(1-\alpha)r}{1+\alpha} n \quad \text{és} \quad \epsilon_2^* = \frac{\alpha+(1-\alpha)r}{1+\alpha} n. \quad (1d)$$

Egy másik gondolatmenet szerint is megfogalmazta Hill a képlékeny instabilitás feltételét, e szerint ez a maximális erőnél következik be, azaz teljesül a  $dF=0$  feltétel. Ebből vezethető le a (2) egyenlet:

$$\frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} = \sigma_1(1+\beta). \quad (2)$$

Feltételezve, hogy az anyagtörvény a Hollomon-féle  $\sigma_e=K\epsilon^n$  alakú hatványfüggvény, e szerint a feltétel szerint is az (1c) egyenlet adódik az alakíthatósági határgörbe pontjaira. Az így kidolgozott maximális erő kritérium (MFC) további elméletek kiindulópontja lett.

Viszonylag hamar egyértelművé vált, hogy a Hill-féle elmélet csak a  $\beta < 0$  tartományban írja le helyesen a lemezek viselkedését, ezért Swift a biaxiális húzás  $\beta > 0$  tartományára a  $d\sigma_1=\sigma_1 d\epsilon_1$  illetve a  $d\sigma_2=\sigma_2 d\epsilon_2$  feltételekből vezetett le új összefüggést a határalakváltozásokra, melyet Banabic a [2] irodalomban mutat be. A (3) képletekben az anyagtörvény az említett Hollomon-féle alakokkal szerepel itt is, ezért jelenik meg az  $n$  mint anyagjellemző.

$$\epsilon_1^* = \frac{\sigma_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)^2 + \sigma_2 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)}{\sigma_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)^2 + \sigma_2 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right)^2} n, \quad (3a)$$

$$\epsilon_2^* = \frac{\sigma_2 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)^2 + \sigma_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right)}{\sigma_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \right)^2 + \sigma_2 \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \right)^2} n. \quad (3b)$$

A képletekbe egy tetszőleges  $f=f(\sigma_1, \sigma_2)$  folyási függvény parciális deriváltjait helyettesítve az alakíthatósági határgörbe pontjai számíthatók. Homogén izotróp lemez esetében az alakíthatósági határgörbe csak a keményedési kitevőtől ( $n$ ) és a  $\beta$  nyúlás aránytól függ, ahogy a (4) egyenlet mutatja. Alapesetben ezt tekintik a legegyszerűbb Hill-Swift modellnek, amikor a görbe bal oldali ágát az (1c) vagy (1d) egyenletből, a jobb oldali ágát pedig a (4) egyenletből határozzák meg.

$$\epsilon_1^* = \frac{2n(1+\beta+\beta^2)}{(1+\beta)(2\beta^2-\beta+2)}; \quad \epsilon_2^* = \beta \epsilon_1^*, \quad \text{ha} \quad \epsilon_2 > 0. \quad (4)$$

Swift eredeti modelljéből számos kutató vezetett le

hasonló összefüggéseket, például Banabic [2] a (3a) és (3b) egyenleteket az egyszerűsített Hill'48 folyási feltétellel kombinálva az átlagos anizotrópia tényezőt ( $r$ ) is figyelembe vevő képleteket adott meg az (5a) és (5b) egyenlet szerint. A Hill'48 teljes alakját használva az  $r_0$  és  $r_{90}$  anizotrópia mérőszámok is megjelennek a képletekben, ahogy ezt az (5c) és (5d) egyenletek mutatják [8]. Ezekben az összefüggésekben az  $\alpha$  szintén a második és első főfeszültség arányát jelenti.

$$\varepsilon_1^* = \frac{[1+r(1-\alpha)]\left(1-\frac{2r\alpha}{1+r}+\alpha^2\right)}{(1+r)(1+\alpha)\left[1-\frac{1+4r+2r^2}{(1+r)^2}\alpha+\alpha^2\right]}n, \quad (5a)$$

$$\varepsilon_2^* = \frac{[(1+r)\alpha-r]\left(1-\frac{2r\alpha}{1+r}+\alpha^2\right)}{(1+r)(1+\alpha)\left[1-\frac{1+4r+2r^2}{(1+r)^2}\alpha+\alpha^2\right]}n, \quad (5b)$$

$$\varepsilon_1^* = \frac{(1+r_0-r_0\alpha)\left[1+r_0+\alpha^2\left(\frac{r_0}{r_{90}}\right)(1+r_{90})-2\alpha r_0\right]n}{(1+r_0-r_0\alpha)^2+\alpha\left(\alpha\frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}}-r_0\right)^2}, \quad (5c)$$

$$\varepsilon_2^* = \frac{(1+r_0-r_0\alpha)\left[\alpha+\alpha r_0+\alpha^2 r_0+\alpha\left(\frac{r_0}{r_{90}}\right)(1+r_{90})-r_0\right]n}{(1+r_0-r_0\alpha)^2+\alpha\left(\alpha\frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}}-r_0\right)^2}. \quad (5d)$$

Ha felmerül az  $\alpha$  és  $\beta$  közötti kapcsolat ismeretének igénye, ez a Hill'48 folyási feltétel szerint a (6a) és (6b) egyenletekkel adható meg az alkalmazott modelltől függően.

$$\alpha = \frac{(1+r)\beta+r}{1+r+r\beta}, \quad (6a)$$

$$\alpha = \frac{r_{90}}{r_0} \frac{\beta+r_0+r_0\beta}{1+r_{90}+r_{90}\beta}. \quad (6b)$$

Megjegyzendő, hogy a [9] irodalomban Banabic közöl olyan összefüggéseket, amelyekkel a Hill'93 folyási feltételből lehet számítani az FLC-t, ehhez azonban ismerni kell az ekvi-biaxiális folyáshatár ( $\sigma_b$ ) mért értékét, valamint feltételezni a  $\sigma_1/\sigma_b$  és a  $\sigma_f/\sigma_b$  arányokat. Az arányok beállítására vonatkozó javaslatok a hivatkozott irodalomban található.

Az eddigi elméletek a folyási görbe megadására a Hollomon-féle hatványfüggvényt alkalmazták, ezért a képletekben anyagparaméterként mindenütt a keményedési kitevő ( $n$ ) szerepelt. Több anyagra azonban ez a közelítés nem megfelelő, ezért **Sing és Rao** a 3 paraméteres Voce függvény alkalmazásával vezette le a diffúz és lokális kontrakció feltételét [10]. Ez a közlemény azonban a későbbiekben nem kapott jelentős figyelmet az összehasonlító elemzésekben.

A **Bressan-Williams** kritérium kidolgozása szintén a „zero extension” feltételből indul ki [11], de a 3.b ábra szerint ennél a hipotézisnél a nyírási zóna a lemezvastagság irányába mutat. Az instabilitás akkor kezdődik, amikor a helyi nyírófeszültség elér egy kritikus értéket. A [12] irodalom szerinti összefüggéseket a (7) egyenletek mutatják, ahol  $\theta$  a nyírási sík orientációja. Megjegyzendő, hogy a (7b) képlet használata csak a  $\beta > 0$  tartományra javasolt, a bal oldali ágat a Hill-féle (1c) egyenlettel kell számolni, ezért ezt a kombinációt Hill-Bressan-Williams (HBW) modellnek is nevezi az irodalom.

$$\cos 2\theta = -\frac{\beta}{2+\beta}, \quad (7a)$$

$$\varepsilon_1^* = \frac{n}{\sqrt{1+\beta+\beta^2}} \left[ \frac{\sqrt{1+\beta+\beta^2}}{\sqrt{1+\beta}} \right]^{1/n} \text{ és } \varepsilon_2^* = \beta \varepsilon_1^*, \text{ ahol } \varepsilon_2 > 0 \quad (7b)$$

**Stören és Rice** szintén a bifurkációs modellből indult ki az FLC leírásánál. Feltételezték, hogy a feszültségek folyamatos átmenetet képeznek a kontrakciós zónán kívül és belül, de a nyúlássebesség és a feszültségváltozás sebessége diszkontinuitást szenved, emiatt a folyási felületen egy csúcspont keletkezik (*vertex model*). Az eredeti modellt sokan elemezték és más feltételekkel is levezették [13][14], az itt közölt egyenletek Zhang [7] publikációjából származnak:

$$\varepsilon_1^* = \frac{n}{1+\beta} + \left\{ \frac{1-n}{2} + \left[ \frac{(1+n)^2}{4} - \frac{\beta n}{(1+\beta)^2} \right]^{1/2} \right\}^{-1} \beta < 0, \quad (8a)$$

$$\varepsilon_1^* = \frac{3\beta^2+n(2+\beta)^2}{2(2+\beta)(1+\beta+\beta^2)}; \quad \varepsilon_2^* = \beta \varepsilon_1^* \quad \beta \geq 0. \quad (8b)$$

Látható, hogy a továbbfejlesztés során az alakíthatósági diagram negatív és pozitív tartományára más összefüggést dolgoztak ki, ezzel vették figyelembe, hogy a negatív tartományban síkban ható (in-plane) nyírás játszódik le, a kéttengelyű nyújtásra

pedig vastagság irányú (out-of-plane) nyírás jellemző. Konkrét számpéldákkal ugyanakkor igazolható, hogy az FLC teljes menete jó közelítéssel leírható a (8b) képlettel, és ugyanez vonatkozik a (7b) szerinti HBW modellre is.

A bifurkációs (szétválási) elméleten alapuló modellek közül egyik legtöbbet elemzett témakör a **Hora** felismerésén alapuló *módosított maximális erő (MMFC) kritérium* [15][16]. Lényegében ez is a Hill-féle maximális erő kritérium logikáját követi, kiegészítve azzal, hogy az anyagtörvény szerinti felkeményedés hatását a feszültségi állapot változásából adódó extra keményedést okozó tényezővel növeli, amely a  $\beta$  alakváltozási hányad változását is figyelembe veszi. Ezt követte az elmélet kiterjesztése további tényezőkkel, nevezetesen a lemeztvastagság, görbületi sugár és a lemeztvastagság változást leíró paraméterek bevonása. Az eredeti MMFC összefüggést a (9) egyenlet mutatja.

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \varepsilon_1} = \sigma_1. \quad (9)$$

Az egyenletbe a megfelelő anyagtörvényt és folyási feltételt beillesztve a konkrét számítások elvégezhetők az FLC modellezésére. Viszont a parciális differenciálegyenletből zárt alakú képlet nem fejezhető ki, ezért iterációs számítással lehet megkapni az alakíthatósági határgörbe pontjait. A bonyolult számítások elkerülésére a [16] irodalomban a szerzők különféle egyszerűsítő feltételeket fogalmaztak meg, melyekkel zárt alakú formulák voltak levezethetők. Ezt felhasználva a [17] irodalom szerzői a gyakorlati számításokhoz jól alkalmazható formulákat származtattak a Mises és Hill'48 folyási feltételeket, valamint a Swift-féle anyagtörvényt alkalmazva. A továbbiakban ezek ismertetésére kerül sor. A hivatkozott irodalom jelölései szerinti segédfüggvények:

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}; \quad \beta = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1}; \quad f(\alpha) = \frac{\sigma_e}{\sigma_x}; \quad g(\beta) = \frac{d\varepsilon_e}{d\varepsilon_x}. \quad (10)$$

Legyen az anyagtörvény  $H=H(\varepsilon_e)$  alakban adott, deriváltját jelölje  $H'$ ,  $f(\alpha)$  és  $g(\beta)$  függvények pedig a választott folyási feltételből vezethetők le. Ekkor az egyszerűsítő feltételezések bevezetése után az MMFC kritérium az alábbi formára módosul:

$$\frac{H'}{H} = \frac{1}{g(\alpha)} \left( 1 - \frac{f'(\alpha)}{f(\alpha)} \frac{\beta}{\beta'(\alpha)} \frac{1}{\varepsilon_e} \right). \quad (11)$$

Az anyagtörvény, valamint a (10) egyenlet szerinti további függvények ismeretében a szükséges deriváltak kifejezhetők és a (11) egyenletbe

helyettesíthetők. Ekkor már csak az  $\varepsilon^*$  lesz ismeretlen, melyet az implicit egyenletből közelítő számítással lehet meghatározni, ezzel az alakíthatósági határgörbe egy pontja számítható. Bevezetve az

$$A = \frac{1}{g(\alpha)} \quad \text{és} \quad B = \left( \frac{f'(\alpha)}{f(\alpha)} \frac{\beta}{\beta'(\alpha)} \right) \quad (12)$$

jelöléseket, a számításra alkalmas egyenlet:

$$\frac{H'}{H} = A - \frac{B}{\varepsilon_e^*}. \quad (13)$$

A Mises-féle folyási feltétel szerint A és B függvényei a következők:

$$A^M = \frac{2-\alpha}{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}} \quad \text{és} \quad B^M = \frac{(2-\alpha)(2\alpha-1)^2}{6(1-\alpha+\alpha^2)}. \quad (14)$$

Ha a Hill'48 folyási feltétel

$$\sigma_e^2 = G\sigma_1^2 + F\sigma_2^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \quad (15)$$

alakban adott (síkbeli feszültségi állapot), a hengerlési irányban és arra merőlegesen mért anizotropia tényezőkből ( $r_0$  és  $r_{90}$ ) az  $F, G, H$  együtthatók az ismert képletekkel számíthatók (itt  $H$  nem tévesztendő össze az anyagtörvény  $H$  függvényével). Ezek ismeretében  $g(\alpha)$  és az  $A$  és  $B$  együtthatók:

$$g(\alpha) = \frac{\sqrt{G+H-2H\alpha+(F+H)\alpha^2}}{G+H-H\alpha}, \quad (16a)$$

$$A^{Hill} = \frac{1}{g(\alpha)}, \quad (16b)$$

$$B^{Hill} = \frac{-H+(F+H)\alpha}{G+H-2H\alpha+(F+H)\alpha^2} \frac{[(F+H)\alpha-H][G+H-H\alpha]}{(F+H)(G+H)-H^2}. \quad (16c)$$

Ha a Swift-féle anyagtörvény a  $H=c(\varepsilon_e+\varepsilon_0)n$  alakban adott, akkor a  $H'/H=n/(\varepsilon_e+\varepsilon_0)$  lesz, így ezt, valamint  $A$  és  $B$  értékeit a (13) egyenletbe helyettesítve az egyenértékű alakváltozás ( $\varepsilon_e$ ) számítható, amelyet a  $g(\alpha)$  függvénnyel osztva  $\varepsilon_1^*$  kiadódik. Különböző  $-0,5 < \beta < 1$  értékeket felvételével az alakíthatósági határgörbe pontonként számítható.

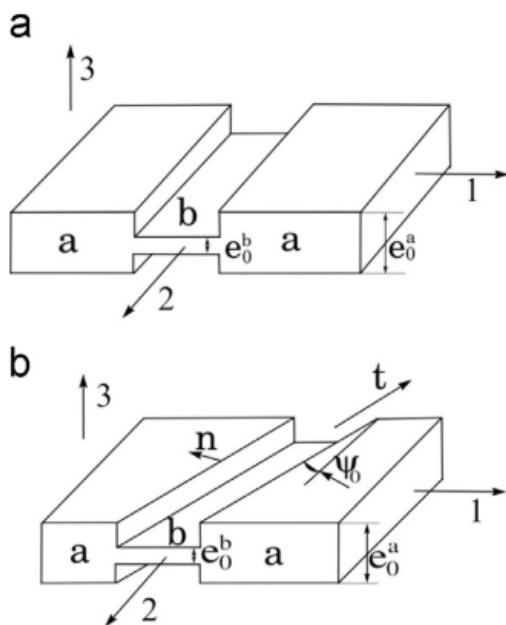
Amennyiben a 3 paraméteres Voce-függvény közelíti jobban az anyag viselkedését, akkor

$$H = a + b \cdot \exp(-c\varepsilon_e) \quad \text{és} \quad H' = b \cdot c \cdot \exp(-c\varepsilon_e), \quad (17)$$

tehát ezek hányadosát kell a (13) egyenletbe helyettesíteni. Az egyes anyagtörvények és folyási feltételek hatását a becslés jóságára a 3. pont elemzi.

Az eddigiektől eltérő logikára épül a **Marciniak-Kuczynski**-modell (MK), melynek alap gondolata Marciniak azon feltevésén alapul, hogy a próbatest

inhomogén alakváltozása mindig valamilyen meglévő geometriai hibára vezethető vissza [1]. Ugyanis a szakítóvizsgálat során a teljes hossz azonos erő működik, de ha valahol helyi keresztmetszet csökkenés van, akkor ott a feszültség, és ebből adódóan az alakváltozás is nagyobb lesz. Ezt mutatja a 4.a ábra [18], amelyen „a” az egyenletesen alakváltozó zóna, „b” pedig a lemez geometriai hibából adódó kisebb vastagságú része. A vastagságcsökkenést az  $f_0=e_0^b/e_0^a$  hányados fejezi ki, az erők egyensúlyát pedig a  $\sigma^a e^a=\sigma^b e^b$  egyenlet (egységnyi lemezszélességet feltételezve). Az egyensúlyi egyenletbe a megfelelő anyagtörvényt és folyási feltételt bevezetve iterációs számítással meghatározható az „a” és „b” zóna nyúlása. Ha a „b” zóna nyúlása jelentősen meghaladja az „a” zónáét, azaz teljesül az  $\epsilon_1^b > 10\epsilon_1^a$  feltétel, akkor definíció szerint  $\epsilon_1^a=\epsilon_1^*$  az alakíthatósági határgörbe egy pontja.



4. ábra: Az MK-modell geometriai interpretációja

A tapasztalatok azt mutatták, hogy az erő irányára merőleges elvékonyodás nem írja le kielégítően az alakváltozás folyamatát a teljes alakváltozási síkon, ezért feltételezni kellett a hossz tengellyel szög bezáró hiba létét is, ahogy a 4.b ábra mutatja. Erre az esetre az erők egyensúlyát a hibára merőleges  $n$  és azzal párhuzamos  $t$  irányra is fel kell írni, feltételezve, hogy a nyúlás növekedésével a hiba irányszöge ( $\Psi$ ) is változni fog. Kritikus szögnek tekinthető az az állapot, amikor a számított határalakváltozás a legkisebb. A  $\Psi$  értékek elemzésével foglalkozó [19] és [20] publikációk azt mutatják, hogy  $\beta=-0,5$  esetében a szög 20...24 fok, amely  $\beta=0$  értékig lecsökken 0-ra, majd  $\beta=0,4...0,6$  körül kezd újra emelkedni az

ekvi-biaxiális állapotot jelző  $\beta=1$  határig, itt a különböző modellszámítások 40...60 fokos szögeket is mutatnak. Megjegyzendő, hogy az eredeti MK modell szerint az alakíthatósági határgörbe jobb oldali ágának számításakor végig a  $\Psi=0$  feltétel van érvényben. Az elmondottakból látható, hogy rendkívül bonyolult számítások szükségesek az alakíthatósági határgörbe modellezésére, és ennek ellenére az  $f_0$  hiba előzetes mértékének megválasztása, valamint az alkalmazott folyási feltétel és anyagtörvény függvényében a számított eredmények között jelentős eltérések mutatkoznak [21] [22].

Az előző elméletektől teljesen eltérő megközelítést alkalmaznak az anyag károsodási modellek, melyek lényege az, hogy az ötvözetekben meglévő vagy a képlékeny alakítás során keletkező üregképződésen, növekedésen és az üregek egybekapcsolódásán alapulnak és ezeket a jelenségeket analitikusan is megfogalmazzák. Legismertebb a Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) modell, amelyet a megalkotása óta többen használtak, és a korszerű végelemes technikákkal tovább pontosították a paraméterezést [23]. A modell sokoldalúan alkalmazható a lemezalakításban, többek között az alakíthatósági diagramok meghatározására is [24].

### 2.3 Empirikus modellek az alakíthatósági határgörbe számítására

A korábban bemutatott elméleti modellek alkalmazása mellett számos empirikus közelítést is kidolgoztak a kutatók, melyek egy része az elméleti összefüggésekre alapoz, más közelítések pedig nagyszámú mérési eredményből statisztikai számításokkal állapítanak meg kapcsolatot a szakítóvizsgálatból meghatározott jellemzők és az alakíthatósági határgörbe között. E témakörben első kérdés a határgörbe minimum pontjának ( $FLC_0$ ) megadása. A Hill-modellből az (1c) egyenlet szerint adódik az evidens összefüggés, hogy  $FLC_0=n$ . Mivel ez nem minden lemezre adott megfelelő közelítést, Keeler és Goodwin az  $n$ -től való függést kiegészítette a lemezvastagsággal, így alakult ki a (18) egyenlet szerinti közismert tapasztalati képlet [2]. Ez azonban csak acélokra érvényes  $n < 0,21$  esetében. Az alakíthatósági határgörbe két ágát általában egyenesekkel közelítik az  $FLC_0$  pontból kiindulva, balra 45, jobbra pedig 20 fokos iránnyal.

$$FLC_0 = (23,3 + 14,13 \cdot t) \cdot n / 0,21 \quad (18)$$

Cayssials az egész görbére harmadfokú polinom közelítést adott, melyen belül az  $FLC_0=n+mt$



képletet alkalmazta a minimum pont számítására, ahol  $m$  a sebességekitevő,  $t$  pedig a lemezvastagság [2]. Az  $FLC_0$  ismeretében az egész határgörbére felírható közelítő függvény. Eltérő logikára épít a [25] irodalom, amely nagyszámú – elsősorban acéllemezekre vonatkozó – mérés eredményéből az  $FLC_0$ -t a szakítószilárdság ( $\sigma_{UTS}$ ), anizotrópia tényező  $r$ , szakadási nyúlás ( $\epsilon_t$ ), keményedési kitevő ( $n$ ) és a lemezvastagság ( $t$ ) függvényében adja meg közelítő számítással, majd az alakíthatósági határgörbe egyenletét a Keeler-Brazier összefüggés módosításával pontosítja, ahogy a (19) egyenletcsoport mutatja.

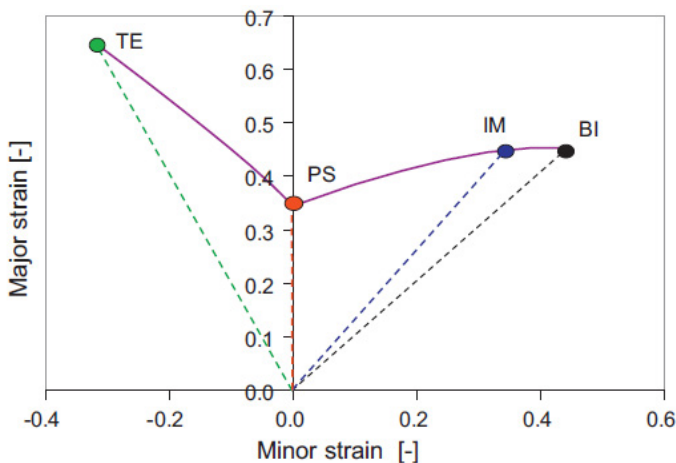
$$FLC_0 = 7,702 \exp(-0,0122\sigma_{UTS}) - 0,1124r - 0,6908 \exp(12,4187\epsilon_t) + 0,1149n + 0,0823t + 0,3011, \quad (19a)$$

$$\epsilon_1^* = FLC_0 - \epsilon_2, \text{ ha } \epsilon_2 < 0, \quad (19b)$$

$$\epsilon_1^* = (1 + FLC_0)(1 + \epsilon_2)^p, \text{ ha } \epsilon_2 > 0, \quad (19c)$$

$$p = 1,0834 \exp(-1,411 \cdot FLC_0) \cdot 0,361. \quad (19d)$$

Az utóbbi közlemény már átvezet az alakíthatósági határgörbe és a szakítóvizsgálati jellemzők közötti kapcsolat statisztikai feldolgozásából nyerhető közelítések területére. Jelentős adatbázisra támaszkodva Abspoel és szerzőtársai dolgoztak ki összefüggéseket acéllemezekre az 5. ábrára épülő gondolatmenet alapján [26]. Az egyes pontok számításához a szakadási nyúlás ( $A_{80\%}$ ), a Lankfordszám ( $r$ ) és a lemezvastagság ( $t$ ) ismerete szükséges.



**5. ábra:** Az alakíthatósági határgörbe jellegzetes pontjainak értelmezése

Az 5. ábra jelöléseinek magyarázata:

- TE: az egytengelyű húzással meghatározott pont
- PS: a síkbeli alakváltozás jellemző pontja ( $FLC_0$ )

- IM: közbenső pont, a  $\beta=0,75$ -ös meredekségű egyenessel jellemezve
- BI: equi-biaxiális pont, ahol a két húzó főnyúlás értéke azonos

A közelítő számításokhoz használt összefüggések:

$$\epsilon_3^{TE} = - \frac{(0,0626 A_{90}^{0,567} + (t-1)(0,12 - 0,0024 A_{90}))}{\sqrt{(1 + (0,797 r^{0,701})^2)}}, \quad (20a)$$

$$\epsilon_1^{TE} = (1 + 0,797 r^{0,701}) \epsilon_3^{TE} \text{ és } \epsilon_2^{TE} = 0,797 r^{0,701} \epsilon_3^{TE}, \quad (20b)$$

$$\epsilon_1^{PS} = 0,0084 A_{80} + 0,0017 A_{80} (t-1), \quad (20c)$$

$$\epsilon_1^{BI} = 0,00215 A_{80}^{min} + 0,25 + 0,00285 A_{80}^{min} t, \quad (20d)$$

$$\epsilon_1^{IM} = 0,0062 A_{80} + 0,18 + 0,0027 A_{80} (t-1), \quad (20e)$$

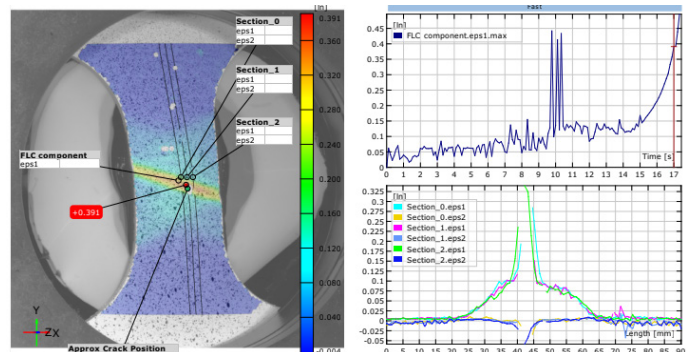
$$\epsilon_2^{IM} = 0,75 \epsilon_1^{IM}. \quad (20f)$$

További hasonló modellek találhatók még az irodalomban, ezek azonban a módszer szempontjából nem mutatnak különbséget a bemutatotthoz képest, csupán az alkalmazott képletek számértékeiben térnek el.

### 3. Vizsgálati eredmények

#### 3.1 Mérési és értékelési eljárás

A saját vizsgálatok Nakajima-teszt szerint a 2. ábrán bemutatott elrendezésben készültek GOM ARAMIS® hardver-szoftver rendszer alkalmazásával. Ez az eljárás az alakítandó lemezre festékszórással felvitt véletlenszerű mintázat digitális optikai rögzítésével és annak értékelésével adja meg a nyúlások időbeli változását a repedés megjelenéséig. A folyamatot a 6. ábra szemlélteti.

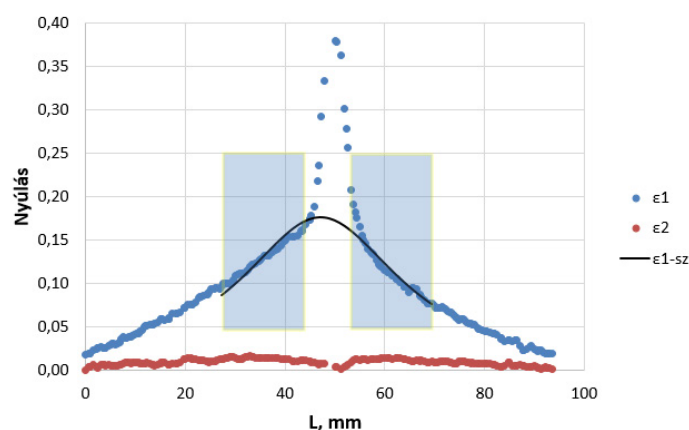


**6. ábra:** Próbatest és alakváltozási jellemzők

A bal oldali kép a deformálódott próbatestet mutatja a törés megjelenése előtti időpillanatban, pirossal jelezve a törés feltételezett kezdetét, valamint a nyúlásméréshez felvett metszővonalakat. A jobb



felső diagram az első főnyúlás változását ábrázolja az idő (t) függvényében, a jobb alsó kép pedig mindhárom metszövonalon mért hossz- és keresztirányú nyúlást szemlélteti a metszövonal helykoordinátájának (L) függvényében. Az MSZ EN ISO 12004-2:2009 szabvány szerinti értékelés az alsó diagramból indul ki, és a szakadás előtti nyúlásképből következtet vissza a lokális kontrakció megindulásakor észlelhető nyúlásokra. Ennek elvét a 7. ábra mutatja.



7. ábra: MSZ EN ISO 12004-2:2009 szabvány szerinti értékelés

Az értékelés menete:

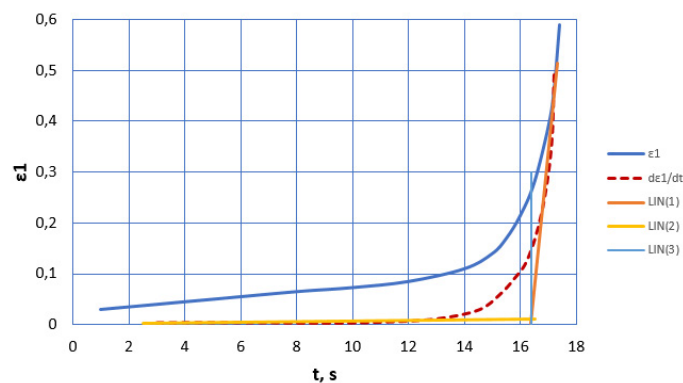
- A felvett  $\varepsilon_1$ -L nyúlás függvény második deriváltjainak meghatározása pontonként, a derivált maximumok kijelölése a szakadás környezetének jobb és bal oldalán. Ezek az L értékek lesznek az illesztő ablakok belső koordinátái.
- A kékkel jelölt illesztő ablakok szélességének meghatározása a  $w=(10+\varepsilon_2/\varepsilon_1)$  képlettel, az illesztő ablakok felvétele, az ablakba tartozó L- $\varepsilon_1$  értékek kiválasztása.
- Egy  $y=1/(ax^2+bx+c)$  alakú inverz parabola illesztése a pontokra ( $\varepsilon_1$ -sz), a parabola maximális pontja adja az alakíthatósági határgörbe  $\varepsilon_1^*$  pontját.
- Hasonló eljárással az illesztő ablakokba eső  $\varepsilon_2$  pontokból az  $\varepsilon_2^*$  meghatározása.

Megjegyzés: a nyúlás függvény második deriváltjának meghatározására a szabvány azt javasolja, hogy a szakadás környezetében a nyúlás mért pontjaira parabolát kell illeszteni, és annak második deriváltját kiszámítani. Ezek maximumának L koordinátája adja az illesztő ablak belső pontjait.

Korábbi saját kutatások azt mutatták, hogy az L- $\varepsilon_1$  értékek 4 paraméteres Gauss függvénnyel jól közelíthetők, és ennek ismeretében az illesztő ablakok belső pontjai a Gauss függvény kétszeres deriválásával meghatározhatók. Ez lényegesen egyszerűsíti a kiértékelést. Ugyanakkor az elemzések arra is

rámutattak, hogy az illesztő ablak belső pontjainak meghatározási bizonytalansága nem befolyásolja jelentősen az  $\varepsilon_1^*$  számítását. Továbbá stabilabbá teszi annak kiértékelését, ha nem csupán az ablakba eső pontok alapján történik az inverz parabola együtthatóinak számítása, hanem a belső pontoktól jobbra-balra a teljes hosszra kiterjesztve.

Az időtől függő értékelés [4] a 6. ábra jobb felső diagramjából indul ki, elvi menetét a 8. ábra mutatja. A simított  $\varepsilon_1$ -t függvényt meghatározva annak idő szerinti deriváltját kell képezni, majd a görbe induló szakaszára a LIN(1) egyenest, a felső szakaszra a LIN(2) egyenest illesztve előállítható a két egyenes metszéspontjának idő koordinátája. Az ehhez tartozó nyúlást a LIN(3) egyenes metszi ki, amely az alakíthatósági határgörbe  $\varepsilon_1^*$  pontja. Ehhez lehet rendelni az időtengelyen az  $\varepsilon_2^*$  pontot. Egyes szerzők a második deriváltból kiindulva végzik el ugyanezt a számítást, cél mindegyik esetben a lokális alakváltozás kezdetét jelentő időpillanat meghatározása. Az értékeléskor problémát jelent, hogy a nyúlás-idő mért pontok erősen szórnak, ezért az első és második derivált is nagyon ingadozik. Emiatt történt a kiértékelés a simított nyúlás-idő függvény alkalmazásával. Saját kutatások azt mutatták, hogy önmagában az  $\varepsilon_1$ -t függvény is elegendő támpontot ad a kiértékeléshez, tehát nem feltétlenül kell a szakirodalom szerinti deriválásokat elvégezni [27].



8. ábra: A határgörbe időfüggvény szerinti értékelése

Bármelyik értékelési mód esetében problémát okoz, ha a súrlódási tényező a gömb alakú bélyeg és a lemez között 0,1-nél nagyobb, mert ekkor a lemez a gömb tetején letapad, és alatta gyűrű alakban jelentkezik a maximális nyúlási zóna, amely az L- $\varepsilon_1$  függvényen két maximumot okoz, az egyikhez tartozik a szakadás, a másik nem szakad el. Ha a két maximum közötti távolság nagyobb, mint 15 mm, akkor a mérés nem tekinthető érvényesnek. Irodalmi utalások és a saját elemzés szerint

ilyen esetben lehet két Gauss-függvényt illeszteni a mérési pontokra, és a szakadáshoz tartozó függvény alapján végezni az értékelést.

A bemutatott mérési és ISO szerinti értékelési eljárással a Széchenyi István Egyetem Anyagtudományi és Technológiai Tanszékén számos autóiipari lemez komplex vizsgálatára került sor különböző kutatási projekteknél. A lemezek választéka kiterjedt a legfontosabb jól alakítható acéllemezekre (DC, DX), a nagyszilárdságú (DP, TRIP) lemezekre, valamint alumínium-magnézium ötvözetekre (AlMg3, AlMg4,5). Természetesen ezen vizsgálatok mennyisége nem elegendő olyan átfogó statisztikai elemzésre, mint például a [23] és [24] irodalmakban közöltek, de az egyes modellek alkalmazhatóságának szemléltetéséhez támpontot adnak.

**3.2 Modellszámítások**

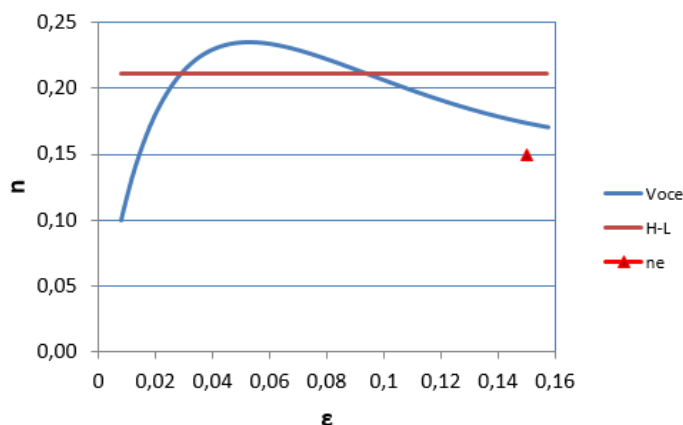
A bemutatott irodalmak többsége nem csupán az egyes modelleket ismerteti, hanem azok kísérleti eredményekkel való összehasonlítását is tartalmazza. Kiegészítésként a nagyszilárdságú lemezekre vonatkozó két közlemény [28][29] érdemel figyelmet ebben a témakörben. A publikációkból levonható az az általános következtetés, hogy egyetlen „jó” modellt sem lehet kiválasztani, a különböző anyagokra és előzetes alakítási mértékekre más-más összefüggések adnak kedvezőbb eredményt. A jobb áttekinthetőség érdekében az ismertett modellek összefoglalását az 1. táblázat tartalmazza. A változók felsorolása mellett a bal és jobb oldalhoz tartozó képletek száma jelzi a felhasználható összefüggéseket.

1. táblázat: Modell összefoglaló

Jel	Változók	$\epsilon_2 < 0$	$\epsilon_2 > 0$
H-Sw1	$n, \beta$	(1c)	(4)
H-Sw2	$n, r, \alpha$	(1d)	(5a)
H-Sw3	$n, r_0, r_{90}, \alpha$	(5c), (5d)	
H-Sw4	$n, r_0, r_{90}, \alpha, \sigma_0, \sigma_{90}, \sigma_b$	[9] irodalom (11)-(23)	
HBW	$n, \beta$	(1c)	(7b)
St-R	$n, \beta$	(8a)	(8b)
MMFC-S	$\alpha, H=H(Sw)$	(13), (14)	
MMFC-V	$\alpha, H=H(Vo)$	(15)-(17)	
ABS	A80, r, t	(20a)-(20f)	

A négy Hill-Swift hipotézisből származtatott modell (H-Sw1,2,3,4), valamint a Hill-Bressan-Williams (HBW) és a Stören-Rice (St-R) képletek közös vonása, hogy mindegyik a keményedési kitevőt használja anyagparaméterként az anizotrópia tényező mellett az FLC becslésére. Ezért célszerű megvizsgálni, hogy ennek a szakítóvizsgálatból való meghatározása milyen kérdéseket vet fel?

A bemutatott elméletek többsége a folyási görbe megadására a Hollomon-féle hatványfüggvényt alkalmazza ( $\sigma_e = K\epsilon^n$ ), ebből adódik az n definíciója. Első kérdés, hogy a folyási görbéből származtatható keményedési kitevő milyen értékét kell figyelembe venni az egyenletben? A vonatkozó előírások a 4-6%, 10-15% és a 2-(Ag-1)% nyúláshatárok közötti értékeket tekintik meghatározónak. Ugyanakkor számos irodalom hivatkozik arra, hogy a keményedési kitevő az alakváltozás függvényében változik, ahogy ezt a 9. ábra is mutatja egy AlMg3 ötvözetre.



9. ábra: A keményedési kitevő változása a nyúlás függvényében

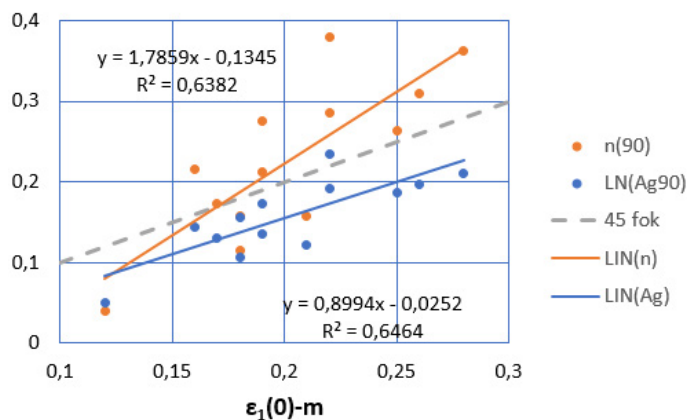
Az ábrán a vízszintes vonal a Hollomon-Ludwik-féle közelítés  $n=0,211$  értékét mutatja, a kék vonal a folyási görbe Voce-féle közelítéséből számított n értékeket, a piros háromszög pedig az egyenes nyúlás határán mért pontot jelzi ( $n_e = \ln(A_g)$ ). Látható, hogy ennél az alumíniumötvözetnél az n változása miatt a Hollomon-féle közelítés nem fogadható el, és az egyes nyúlás-intervallumokra számított n érték is ingadozik. Ezért több szerző is az egyenes alakváltozás határán mért logaritmi-kus nyúlással számol, azt fogadja el a képletekben szereplő keményedési kitevő értékének. További kérdésként merül fel, hogy anizotróp lemez esetén melyik irányú vizsgálat adhatja a legjobb közelítést. Ezekre a felvetésekre próbál választ adni a 13 vizsgált alumíniumötvözet statisztikai elemzése, melynek lényegét a 2. táblázat mutatja. Ezen látható, hogy az  $\epsilon_2=0$  értékhez tartozó  $\epsilon_1(0)$  főnyúlás (FLC<sub>0</sub>)

és a szakítóvizsgálati jellemzők közötti regressziós együttható legmagasabb az  $A_g$  esetében, ehhez közelebb az  $A_{80}$  és az  $n$  kapcsolat is. Viszont az  $r$  anizotrópia tényező ennél kisebb korrelációt mutat, mint ahogy a szilárdsági jellemzők is. Még az  $R_p/R_m$  hányados mutat magasabb értéket, de ez természetes, mert a folyáshatár/szakítószilárdság hányados közismerten jól korrelál a keményedési kitévővel.

**2. táblázat:** Az  $FLC(0)$  és a szakítóvizsgálati jellemzők közötti regressziós együtthatók

Jellemző	$R_{p0,2}$	$R_m$	$A_g$
$R=$	-0,556	0,104	0,802
$A_{80}$	$n$	$r$	$R_p/R_m$
0,797	0,799	0,623	-0,731

A bemutatott értékek a hengerlési irányhoz képest 90 fokos elhelyezkedésű próbatestekre vonatkoznak, a 0 és 45 fokos irányok, valamint a három irány átlaga kisebb korrelációs együtthatókat mutatott. Természetesen a korrelációs együttható önmagában nem jellemzi az  $\epsilon_1(0)$  meghatározásának helyességét, ehhez a közelítő egyenesek számítása szükséges, ahogy a 10. ábra mutatja.

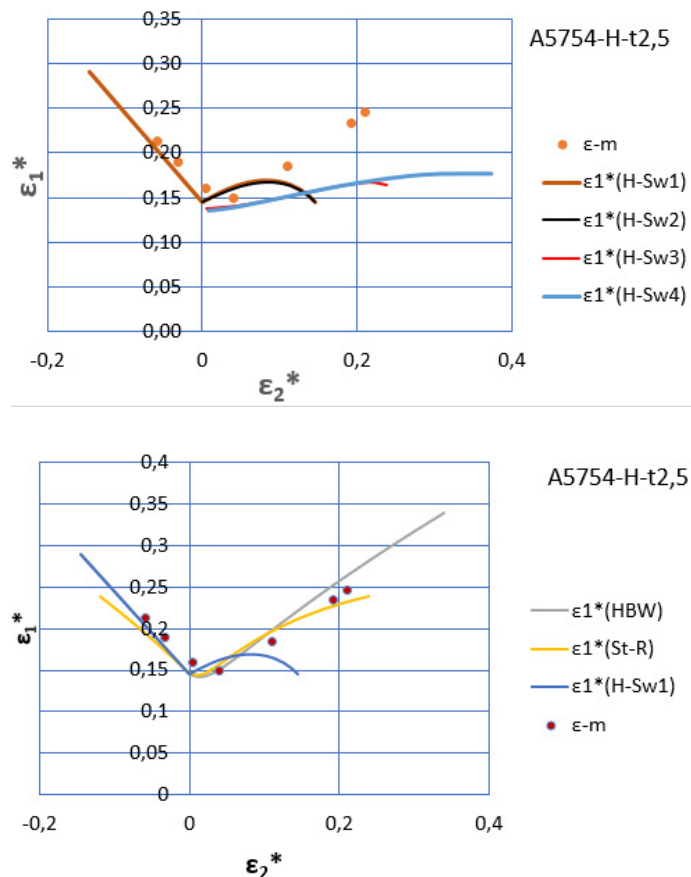


**10. ábra:** Az  $\epsilon_1(0)$  kapcsolata a keményedési kitévővel és az egyenletes nyúlással

A 10. ábrán szaggatott vonal jelzi az  $\epsilon_1(0)$  értékek 45 fokos egyenesét, ahol a vizsgált  $n$  és  $\ln(A_g)$  pontoknak el kellene helyezkedni. Ehelyett látható, hogy az  $n(90)$  pontok jelentősen meghaladják az  $\epsilon_1(0)$  értéket, az  $\ln(A_g)$  pontok pedig alul becsülik közelítően 10%-kal. A kettő összehasonlítása viszont egyértelműen mutatja, hogy az  $\epsilon_1(0)=\ln(A_g)$  közelítés ad jobb eredményt.

Ezzel a becsült  $n$  értékkel készült a 11.a ábra, ahol a négy Hill-Swift modell összehasonlítása látható a mérési eredményekkel. Az ábrán az  $\epsilon-m$  jelű mérési pontok szemléltetik a tényleges FLC-t. A görbe bal

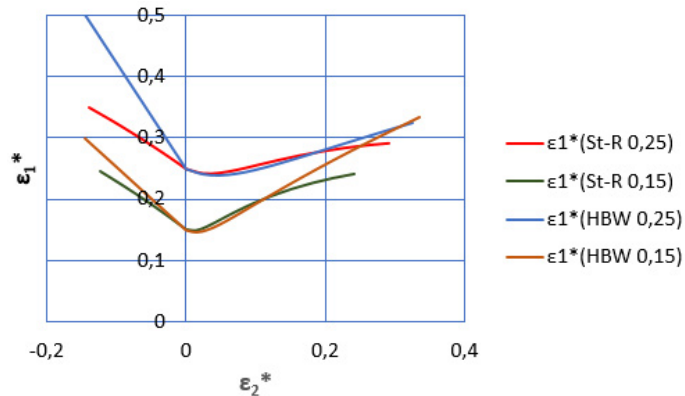
oldalára az (1c) képlet szerinti Hill-modell tekinthető érvényesnek, amely elég jó közelítést ad. A jobb oldali ágak a Swift lokalizációs elmélet szerinti (3a) és (3b) egyenletek alkalmazásával a Hill-féle folyási feltétel különböző alakjaiból számított görbéket tartalmaznak. Látható, hogy mindegyik modell alábecsüli a görbe helyzetét a mért értékekhez képest, közülük leginkább a hagyományos H-Sw1 és H-Sw2 közelítés ad kielégítő eredményt. Érdekes megjegyezni, hogy a képlékenységi anizotrópia tényező beemelése az összefüggésekbe nem javította, hanem inkább rontotta a modellek hatékonyságát, és a Hill'93-ból számított görbe (H-Sw4) lényegében együtt halad a klasszikus Hill'48 alapján számított görbével (H-Sw3). A 11.b ábrán látható Hill-Bressan-Williams (HBW) és a Stören-Rice (St-R) modellek sokkal jobb közelítést adnak a vizsgált alumínium ötvözetre, összehasonlítva a H-Sw1-el.



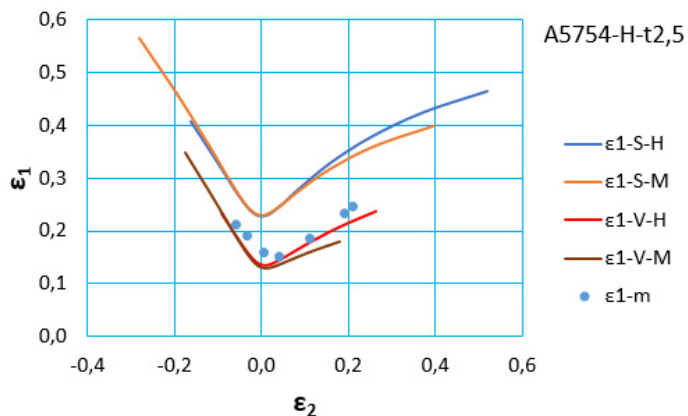
**11. ábra:** Alakíthatósági határgörbe modellek

Ahogy a korábbi elemzések is mutatták, a vizsgált modellek erősen függenek az  $n$  értékétől, ezt szemlélteti a 12. ábra a St-R és HBW modellekre  $n=0,15$  és  $0,25$  paraméter értékek esetében. Látható, hogy mind a görbék függőleges elhelyezkedése, mind pedig azok meredeksége erőteljesen változik, növekvő  $n$  érték esetében emelkednek.

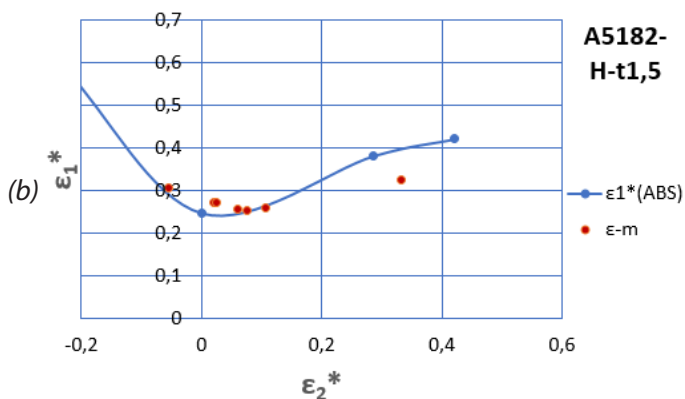
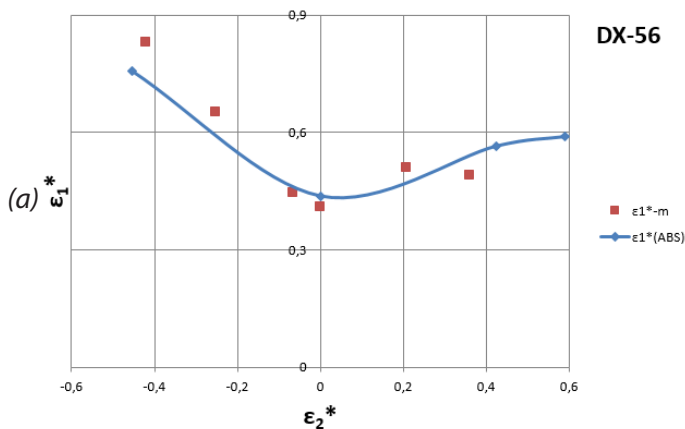




**12. ábra:** Az  $n$  paraméter hatása az FLC modellekre



**13. ábra:** Az MMFC modellt befolyásoló tényezők

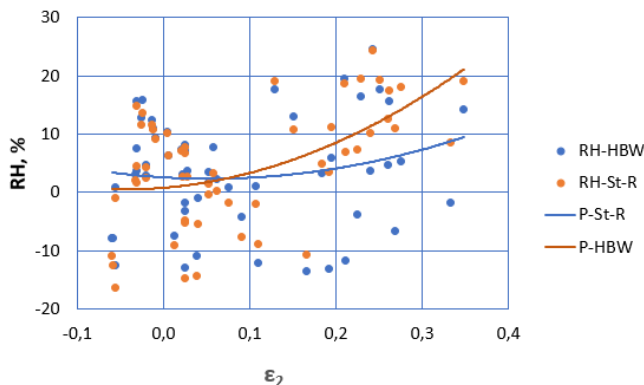


**14. ábra:** Mélyhúzóható acél (a) és A5182 alumínium (b) lemez Abspoel-modellje

A Hora által javasolt MMFC-modell egyszerűsített számításokon alapuló ábrázolását [15] a 13. ábra mutatja. A (11)-(17) egyenletek szerinti összefüggésekkel számított görbék két anyagtörvény, a Swift (S) és Voce (V) függvénnyel leírt folyási függvény és a Mises (M), valamint a Hill'48 (H) folyási feltételek kombinációit szemléltetik a mérési pontokkal összehasonlítva. Látható, hogy a modellre döntő befolyása van az anyagtörvénynek, és ezen belül csak másodlagos a folyási feltétel választása. A két anyagtörvény közül egyértelműen a Voce-féle egyenlet adja a jobb közelítést. Hasonló összefüggést mutat a [15] publikáció DP600 acéllemezre is. Az empirikus modellek közül a (20) egyenletcsoporttal definiált Abspoel-modell elemzésére kerül sor. Mivel ez a statisztikai modell közelítően 120 acéllemez mérési eredményein alapul, természetesen erre az anyagcsoportra ad jó közelítést, ahogy a példaként bemutatott DX-56 lemezre igazolja ezt a 14.a ábra. Hasonlóan megfelelő egyezést mutat a képlet a kiválasztott alumínium lemezre is, de itt az eltérés már jelentősebb, és a többi alumíniumötvözet esetén a közelítés még ennél is rosszabb. Ezért megállapítható, hogy a képletek pontosítása alumínium lemezre feltétlenül szükséges egy nagyobb mintán.

A további AlMg ötvözeteken elvégzett vizsgálat eredményét a 15. ábra mutatja. Ezen a mért és számított értékek közötti eltérés relatív hibája szerepel %-ban a második főnyúlás függvényében nyolc FLC-re a Hill-Bressan-Williams és a Stören-Rice modellek alkalmazásával.

A hiba méretét jelző pontok elemzése azt mutatja, hogy a 30 mm szélességű Nakazima próbatest mért értékei (bal szélső pontok) relatíve kisebbek a 60 mm-es próbatestnél, emiatt az eltérések inkább negatív irányúak. Az FLC<sub>0</sub> környezetében a hibák nagyjából 0 átlag körül szórnak, ez az  $n$  és FLC<sub>0</sub> közötti bizonytalanságból adódik, majd ahogy a



**15. ábra:** Két modell közelítési hibája

trendvonalak mutatják, a biaxiális tartományban a hiba pozitívvá válik, tehát itt mindkét modell kissé alábecsüli a mért adatokat, inkább a biztonság irányába térnek el. Az átlagos abszolút hiba a HBW-modellnél 8,32%, ugyanez a Stören-Rice közelítésre 9,12% ami nem jelentős különbség a kettő között. Az Abspoel-modell alumínium lemezek esetében többnyire magasabb értékeket ad a határgörbe menetére. Az MMFC modell szerinti számítások a Voce-féle közelítést mutatták kedvezőbbnek.

#### 4. Összefoglalás

A publikáció az alakíthatósági határgörbe kísérleti vizsgálatával és annak matematikai leírási lehetőségeivel foglalkozik. Bemutatja a Nakajima-teszt kísérleti feltételeit és a kétféle elven alapuló kiértékelési módszert. Ismerteti az alakíthatósági határgörbe jellemzésére alkalmas elméleti és empirikus modelleket, valamint néhány példán illusztrálja azok alkalmazhatóságát. A legfontosabb következtetések az alábbiak:

- A Nakajima-teszt során a helyi nyúlások meghatározásában kulcsszerepe van a digitális optikai mérés technikának és azon alapuló kiértékelésnek.
- Az MSZ EN ISO 12004-2:2009 szabvány szerinti és a nyúlás-idő függvény elemzésén alapuló kiértékelés egyaránt megbízható eredményt ad az alakíthatósági határgörbe számszerű meghatározására, de további pontosításra van szükség az értékelésben.
- Az alakíthatósági határgörbe modell számításaihoz leggyakrabban használt anyag paraméter a keményedési kitevő, melynek célszerű meghatározását az egyenletes alakváltozás határán mért valódi nyúlás adja.
- A vizsgált alumíniumötvözetek esetében a Stören-Rice és a Hill-Bressan-Williams-modell adta a legjobb közelítést, kissé alábecsülve a mérési eredményeket. A vizsgált Hill-Swift modellek közül a több anyagparamétert tartalmazó Hill folyási feltételből számított modellek kedvezőtlenebb eredményeket adtak, mint az egyszerűsített képletek.
- Az MMFC-modell esetében a Voce-féle folyási görbe közelítés adja a kedvezőbb eredményt a Swift formulához képest, a folyási feltétel vonatkozásában a Mises és Hill'48 közel azonos értékű.
- A tapasztalati összefüggések közül a vizsgált Abspoel-modell acéllemez esetében jó közelítést ad, alumíniumötvözetekre kissé felülbecsüli a mérési eredményeket.

#### Köszönetnyilvánítás

A kutatást a 20523-3/2018/FEKUTSTRAT jelű, Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program – Digitális ipari technológiák kutatása a Széchenyi István Egyetemen című program támogatta.

#### 5. Irodalomjegyzék

- [1] Z. Marciniak, J. L. Duncan, and S. J. Hu, "Mechanics of Sheet Metal Forming. Butterworth-Heinemann 2002," 2002.
- [2] D. Banabic, Sheet Metal Forming Processes. Metal Forming. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-540-88113-1. 2010.
- [3] J. Ha, J. Fones, B. L. Kinsey, and Y. P. Korkolis, "Plasticity and formability of annealed, commercially-pure aluminum: Experiments and modeling," *Materials (Basel)*, vol. 13, no. 19, pp. 1–29, 2020, doi: 10.3390/ma13194285.
- [4] M. Merklein, A. Kuppert, and M. Geiger, "Time dependent determination of forming limit diagrams," *CIRP Ann. - Manuf. Technol.*, vol. 59, no. 1, pp. 295–298, 2010, doi: 10.1016/j.cirp.2010.03.001.
- [5] K. Wang, J. E. Carsley, B. He, J. Li, and L. Zhang, "Measuring forming limit strains with digital image correlation analysis," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 214, no. 5, pp. 1120–1130, 2014, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2014.01.001.
- [6] O. G. Lademo, K. O. Pedersen, T. Berstad, T. Furu, and O. S. Hopperstad, "An experimental and numerical study on the formability of textured AlZnMg alloys," *Eur. J. Mech. A/ Solids*, vol. 27, no. 2, pp. 116–140, 2008, doi: 10.1016/j.euromechsol.2007.06.003.
- [7] R. Zhang, Z. Shao, and J. Lin, "A review on modelling techniques for formability prediction of sheet metal forming," *Int. J. Light. Mater. Manuf.*, vol. 1, no. 3, pp. 115–125, 2018, doi: 10.1016/j.ijlmm.2018.06.003.
- [8] M. Janbakhsh, S. M. R. Loghmanian, and F. Djanroodi, "Application of Different Hill's Yield Criteria to Predict Limit Strains for Aerospace Titanium and Aluminum Sheet Alloys," *Int. J. Adv. Des. Manuf. Technol.*, vol. 7, no. 1, pp. 35–44, 2014.
- [9] D. Banabic, "Limit strains in the sheet metals by using the new Hill's yield criterion (1993)," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 92–93, no. August 1999, pp. 429–432, 1999, doi: 10.1016/S0924-0136(99)00179-X.
- [10] W. M. Sing and K. P. Rao, "Role of strain-hardening laws in the prediction of forming limit curves," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 63, no. 1–3, pp. 105–110, 1997, doi: 10.1016/S0924-0136(96)02608-8.
- [11] J. D. Bressan and J. A. Williams, "The use of a shear instability criterion to predict local necking in sheet metal deformation," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 25, no. 3, pp. 155–168, 1983, doi: 10.1016/0020-7403(83)90089-9.

- [12] Y. Li, M. Luo, J. Gerlach, and T. Wierzbicki, "Prediction of shear-induced fracture in sheet metal forming," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 210, no. 14, pp. 1858–1869, 2010, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2010.06.021.
- [13] X. Zhu, K. Weinmann, and A. Chandra, "A unified bifurcation analysis of sheet metal forming limits," *J. Eng. Mater. Technol. Trans. ASME*, vol. 123, no. 3, pp. 329–333, 2001, doi: 10.1115/1.1370397.
- [14] K. P. Surajit, "Theoretical analysis of strain- and stress-based forming limit diagrams," *J. Strain Anal. Eng. Des.*, vol. 48, no. 3, pp. 177–188, 2013, doi: 10.1177/0309324712468524.
- [15] P. Hora, L. Tong, and B. Berisha, "Modified maximum force criterion, a model for the theoretical prediction of forming limit curves," *Int. J. Mater. Form.*, vol. 6, no. 2, pp. 267–279, 2013, doi: 10.1007/s12289-011-1084-1.
- [16] L. Tong; P. Hora; B. Berisha, *Advanced Failure Prediction Methods in Sheet Metal Forming*, vol. 49, no. 0. 2012.
- [17] T. T. Luyen, Q. T. Pham, Y. S. Kim, and D. T. Nguyen, "Application/comparison study of a graphical method of forming limit curve estimation for DP590 steel sheets," *J. Korean Soc. Precis. Eng.*, vol. 36, no. 9, pp. 883–890, 2019, doi: 10.7736/KSPE.2019.36.9.883.
- [18] J. Ding, C. Zhang, X. Chu, G. Zhao, L. Leotoing, and D. Guines, "Investigation of the influence of the initial groove angle in the M-K model on limit strains and forming limit curves," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 98, pp. 59–69, 2015, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2015.04.011.
- [19] M. Mohammadi, A. P. Brahme, R. K. Mishra, and K. Inal, "Effects of post-necking hardening behavior and equivalent stress-strain curves on the accuracy of M-K based forming limit diagrams," *Comput. Mater. Sci.*, vol. 85, pp. 316–323, 2014, doi: 10.1016/j.commatsci.2014.01.017.
- [20] P. Dasappa, K. Inal, and R. Mishra, "The effects of anisotropic yield functions and their material parameters on prediction of forming limit diagrams," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 49, no. 25, pp. 3528–3550, 2012, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2012.04.021.
- [21] X. Chu, L. Leotoing, D. Guines, and E. Ragneau, "Temperature and strain rate influence on AA5086 Forming Limit Curves: Experimental results and discussion on the validity of the M-K model," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 78, pp. 27–34, 2014, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2013.11.002.
- [22] H. H. Nguyen, T. N. Nguyen, T. N. Nguyen, and H. C. Vu, "Forming limit curve determination of AA6061-T6 aluminum alloy sheet," *Sci. Technol. Dev. J.*, vol. 20, no. K2, pp. 51–60, 2017, doi: 10.32508/stdj.v20i2.448.
- [23] F. Rahimidehgolan, G. Majzoubi, F. Alinejad, and J. F. Sola, "Determination of the constants of GTN damage model using experiment, polynomial regression and kriging methods," *Appl. Sci.*, vol. 7, no. 11, 2017, doi: 10.3390/app7111179.
- [24] D. Banabic and A. Kami, "Applications of the Gurson's model in sheet metal forming," *MATEC Web Conf.*, vol. 190, pp. 1–7, 2018, doi: 10.1051/mateconf/201819001002.
- [25] K. P. Surajit, "Prediction of complete forming limit diagram from tensile properties of various steel sheets by a nonlinear regression based approach," *J. Manuf. Process.*, vol. 23, pp. 192–200, 2016, doi: 10.1016/j.jmapro.2016.06.005.
- [26] M. Abspoel, M. E. Scholting, and J. M. M. Droog, "A new method for predicting Forming Limit Curves from mechanical properties," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 213, no. 5, pp. 759–769, 2013, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2012.11.022.
- [27] S. Szalai, D. Harangozó, and I. Czinége, "Characterisation of Diffuse and Local Necking of Aluminium Alloy Sheets using DIC Technique," *Acta Tech. Jaurinensis*, vol. 12, no. 3, pp. 191–204, 2019, doi: 10.14513/actatechjaur.v12.n3.503.
- [28] G. Béres, Z. Weltsch, Z. Lukács, and M. Tisza, "Prediction of stress- and strain-based forming limits of automotive thin sheets by numerical, theoretical and experimental methods," *AIP Conf. Proc.*, vol. 1960, no. May, 2018, doi: 10.1063/1.5035028.
- [29] G. Béres, Z. Weltsch, and M. Tisza, "Comparative study on theoretical and experimental evaluation of forming limit diagrams," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 426, no. 1, 2018, doi: 10.1088/1757-899X/426/1/012005.



Triplán megbízható társ a webes világban



**tripladuplav.hu**

VELÜNK HÁROMSZOR JOBBAN JÁR

www.tripladuplav.hu **webstúdió**