

Azonos diffúziós állapothoz tartozó technológiai paraméterek meghatározása*

Dudás Zoltán**

Kulcsszavak: Larson-Miller-paraméter, termikus aktiváció, diffúzió

Keywords: Larson-Miller parameter, thermal activation, diffusion

Summary

Determination of the technological parameters concerning to the same diffusion conditions.

The substance of the presented study is to prove and verify, that the Eq. (1) – leave its metal physical model out of consideration – can not be generally used for conversion of technological temperature and time parameters concerning to a technology controlled by diffusion fundamentally resulted in the same diffusion conditions of a metal alloy.

There are presented – to this verification – conversion relations based on an adequate diffusion model of Eq. (2) concerning to any alloying element's crystal diffusion resulting the same concentration by the same distance. There are two cases discussed, namely: when during the diffusion heat treatments the D_0 element of the diffusion quotient is constant (part I), or is not constant (part II).

Compared these conversion relations (7) and (15) concerning to the I and the II case respectively with the Eq. (1) expressing the same diffusion conditions by equality of the Larson–Miller parameters the content differences among these relations are evidently, namely: first the relations of (7) and (15) are not equality of the same content parameters, second the C_L constant of Eq. (1) depends on the temperature.

Bevezetés

Általánosan elfogadott a gépészeti gyakorlatban az a szemlélet, miszerint az alapvetően diffúzióval vezérelt technológiai művelet bármelyikével (pl.: megeresztő vagy újrakristályosító hőkezeléssel) kezelt, illetve növelt hőmérsékleten kúszásra igénybevett, két azonos minőségű és kezdeti állapotú fémötvözet közbenső állapotai akkor egyenértékűek, ha (az eredetileg egy kúszási modellből származtatott) a P Larson–Miller-paraméternek a művelet, illetve az igénybevétel végbemenetelére jellemző – de különböző hőmérséklet–időtartam adatpárokkal számított – értékeire fennáll az (1) összefüggés^{1,2}:

$$P_L = T_{1L} \cdot [C_L + \lg(t_{1L})] = T_{2L} \cdot [C_L + \lg(t_{2L})] \quad (1)$$

Az (1) összefüggésben:

T_{1L} a rövidebb t_{1L} időtartamhoz tartozó magasabb hőmérséklet abszolút értéke;

T_{2L} a hosszabb t_{2L} időtartamhoz tartozó alacsonyabb hőmérséklet abszolút értéke;

C_L a diffúziós folyamatban részt vevő anyagra jellemző állandó (acélokra kísérletileg meghatározott gyakori értéktartománya: 8–20).

Jelen dolgozatunk lényege annak bizonyítása, hogy az (1) összefüggés általánosan nem alkalmazható az alapvetően diffúzióval vezérelt technológiai műveletekkel, az ismert hőmérsékleten és időtartammal kezelt fémötvözet azonos diffúziós állapotát eredményező más hőmérsékletek és időtartamok, mint technológiai paraméterek átszámítására.

Ennek bizonyításához a diffundáló elem meghatározott távolságon mért azonos koncentrációjával jellemzett állapotokat eredményező hőkezelés jellemzőinek átszámítását mutatjuk be, mégpedig a diffúziós tényező hőmérséklettől független D_0 elemének azonosságát (dolgozatunk I. része), illetve megváltozását (dolgozatunk II. része) eredményező feltételek figyelembevételével.

Azonos helyen a diffundáló elem azonos koncentrációjához tartozó hőkezelési paraméterek meghatározása

Egy diffundáló elem adott helyen ($x_{1D} = x_{2D}$) azonos koncentrációval jellemzett állapotaira általánosan elfogadott összefüggés^{3,4}

$$\frac{x_{1D}}{2\sqrt{(D_{1D} \cdot t_{1D})}} = \frac{x_{2D}}{2\sqrt{(D_{2D} \cdot t_{2D})}} \quad (2)$$

Ahol a

D_{1D} diffúziós tényezőhöz és a rövidebb t_{1D} időtartamhoz tartozó x_{1D} távolság, illetve a

D_{2D} diffúziós tényezőhöz és a hosszabb t_{2D} időtartamhoz tartozó x_{2D} távolság.

*Közlésre elfogadva: 2007. február 6-án.

** Dr. univ.; BME, Anyagtudomány és Technológia Tanszék, 1111 Budapest, Goldmann Gy. tér 3. V/2 ép. I. 153.

Anyagszerkezet-vizsgálatok

Testing of material structure

I. rész: a diffúziós tényező hőmérséklettől független D_0 eleme állandó

Azonos diffúziós távolságra ($x_{1D} = x_{2D}$) azonos elemkoncentrációt eredményező (T_{1D}, t_{1D}) és (T_{2D}, t_{2D}) hőmérséklet- és időkombinációra a (2) alapján felírható:

$$D_{1D} \cdot t_{1D} = D_{2D} \cdot t_{2D} \quad (3)$$

A diffúziós tényező hőmérséklettől független és függő elemeinek szorzatát beírva, a (4) összefüggést kapjuk:

$$D_0 \cdot \exp\left(\frac{Q}{RT_{1D}}\right) \cdot t_{1D} = D_0 \cdot \exp\left(\frac{Q}{RT_{2D}}\right) \cdot t_{2D} \quad (4)$$

Ahol: Q a folyamat aktiválási energiája, R az egyetemes gázállandó és T_{1D} , ill. T_{2D} a rövidebb, ill. a hosszabb időtartamhoz tartozó abszolút hőmérséklet.

A (4) egyenletből kifejezve t_{2D} / t_{1D} viszonyt, majd képezve ennek a tízes alapú logaritmusát, az alábbi összefüggésre jutunk:

$$\lg(t_{2D}) - \lg(t_{1D}) = \left(\frac{Q}{R} \cdot \lg(e)\right) \cdot \left(\frac{1}{T_{2D}} - \frac{1}{T_{1D}}\right) \quad (5)$$

Bevezetve a $K^* = \frac{Q}{R} \cdot \lg(e)$ jelölést, az (5) átrendezésével kapjuk a (6) összefüggést:

$$K^* \left(\frac{1}{T_{1D}}\right) + \lg(t_{2D}) = K^* \left(\frac{1}{T_{2D}}\right) + \lg(t_{1D}) \quad (6)$$

A (6) egyenletet megszorozva T_{2D} -vel, majd az egyenlet jobb oldalán az annak értékét változatlanul hagyó T_{1D}/T_{1D} szorzást is elvégezve és rendezve kapjuk megoldásul a (7) összefüggést:

$$T_{2D} \left(\frac{K^*}{T_{1D}} + \lg(t_{2D})\right) = T_{1D} \left[\left(\frac{K^*}{T_{1D}}\right) + \left(\frac{T_{2D}}{T_{1D}}\right) \cdot \lg(t_{1D})\right] \quad (7)$$

A (7) összefüggés mint P_D diffúziós paraméter az (1) összefüggéstől két helyen is különbözik. Egyrészt mindkét oldalon a C_L állandónak megfelelő $C_D = K^*/T_{1D}$ a magasabb hőmérséklet függvénye. Másrészt a jobb oldalon az idő logaritmusát szorozni kell a (T_{2D}/T_{1D}) együtthatóval.

Ellenőrzés számpéldával

Az (1) egyenlettel összehasonlítva, számpéldával is igazolhatjuk az azonos diffúziós állapotra vezető technológiai paraméterek átszámítására levezetett (7) összefüggés helyességét. Például: vas atom

ausztenites állapotú acélban történő diffúziójánál a számítások elvégzéséhez tartozó alapadatok a következők:

$T_{1D} = 600^\circ\text{C} = 873\text{ K}$ – a magasabb hőmérséklet,
 $t_{1D} = 20$ óra – a magasabb hőmérsékletre tartozó időtartam,
 $T_{2D} = 500^\circ\text{C} = 773\text{ K}$ – az alacsonyabb hőmérséklet
 $t_{2D} = 6326,37$ óra – az alacsonyabb hőmérsékletre tartozó időtartam a (8) szerint számítva,
 $Q = 323\,000\text{ J/mol}$ – a γ acélban diffundáló Fe elem aktiválási energiája,
 $R = 8.31441\text{ J/mol}\cdot\text{K}$ – az egyetemes gázállandó.

Az alábbi számításoknál felhasznált néhány részeredmény:

$$Q/R = 38848.2\text{ K}$$

$$(Q/R)/T_{1D} = 44,500$$

$$(Q/R)/T_{2D} = 50,256$$

$$K^* = (Q/R) \cdot \lg(e) = 38848,2 \cdot \lg(2,718282) = 16871,57\text{ K}$$

$$C_L = C_D = K^*/T_{1D} = 16871,57 / 873 = 19,33.$$

Az alacsonyabb hőmérsékletre tartozó t_{2D} hosszabb időtartam a (8) egyenlettel számolva:

$$\lg(t_{2D}) = 16871,57 \cdot \left(\frac{1}{773} - \frac{1}{873}\right) + \lg(20) = 3,8012 \quad (8),$$

amelyből: $t_{2D} = 6326,37$ óra.

Vagyis, a magasabb hőmérsékleten 20 óra alatt kialakult diffúziós állapot eléréséhez az alacsonyabb hőmérsékleten jelentősen hosszabb időtartamra van szükség. Azt, hogy a két hőmérsékleten a megadott, illetve a számított időtartam alatt a diffúziós állapot azonos, a D_0 -val egyszerűsített (4) egyenletbe helyettesítéssel nyert számadatok azonossága is bizonyítja, íme:

$$e^{-44,5} \cdot 20 = e^{-50,256} \cdot 6326,37 = 9,442 \cdot 10^{-19} \quad (9)$$

A (7) egyenlet helyességét az is bizonyítja, hogy a két összetartozó technológiai hőmérséklet-időtartam adatpárossal számított P_D paraméter értékei is azonosak, íme:

$$P_{D1} = T_{1D} \cdot [C_D + (T_{2D}/T_{1D}) \cdot \lg(t_{1D})] = 873[19,33 + (773/873) \cdot \lg(20)] = 17877,3 \quad (10/a)$$

$$P_{D2} = T_{2D} \cdot [C_D + \lg(t_{2D})] = 773[19,33 + \lg(6326,37)] = 17877,3 \quad (10/b)$$

Ugyanakkor az (1) egyenlettel a két, diffúzió szempontjából egyenértékű technológia jellemzőivel számolt P_L paraméter értékei attól függően különbö-

Anyagszerkezet-vizsgálatok

Testing of material structure

zők, vagy azonosak, hogy a C_L értékét hogyan határoztuk meg (pl. kísérlettel), illetve hogyan választottuk meg (pl. acélok esetében az említett gyakori értékhatárok között). Ha elfogadjuk jelen levezetésünk eredményeként, hogy $C_L = C_D = 19,33$, akkor a két választott technológiára különböző P_L értékeket kapunk, íme:

$$P_{L1} = T_{1D} \cdot [C_D + \lg(t_{1D})] = 873[19,33 + \lg(20)] = 18007,4 \quad (11/a)$$

$$P_{L2} = T_{2D} \cdot [C_D + \lg(t_{2D})] = 773[19,33 + \lg(6326,37)] = 17877,3 \quad (11/b)$$

Ha már elvégeztük ezt a levezetést, akkor nincs érdemben értelme az (1) használatának.

Ennek ellenére érdekes, hogy az (1) összefüggést használva, és az acélra a gyakori értékhatárok közül $C_L = 18$ értéket választva, a jelen példa esetében a két különböző hőmérséklet- és időpár esetében a P_L értékek közel állnak egymáshoz ($P_{L1} = 16850$, illetve $P_{L2} = 16852$). Ezzel a $C_L = 18$ értékkel a hosszabb időtartamra is kielégítő eredményt kaphatnánk, íme:

$$\lg(t_{2L}) = [(T_{1L}/T_{2L}) - 1] \cdot C_L + (T_{1L}/T_{2L}) \cdot \lg(t_{1L}) \quad (12)$$

Behelyettesítve:

$$\lg t_{2L} = [(873/773) - 1] \cdot 18 + (873/773) \cdot \lg(20) = 3,7979,$$

$$\text{azaz: } t_{2L} = 6280 \text{ óra} \quad (13/a)$$

Ugyan ezt a számítást elvégezve az (1) egyenlettel a $C_L = C_D = 19,33$ értékkel, az azonos diffúziós állapothoz szükséges hosszabb időtartamra közel 47%-kal nagyobb értéket kapunk:

$$\lg t_{2L} = [(873/773) - 1] \cdot 19,33 + (873/773) \cdot \lg(20) = 3,9695, \text{ azaz } t_{2L} = 9321,03 \text{ óra} \quad (13/b)$$

Belátható, hogy az (1) egyenlet – kísérletek elvégzése nélküli – kizárólagos használatával becslünk a C_L értékének megválasztásától jelentősen függ. Ezért célszerű az adott feladatra a megfelelő diffúziós modell alapján levezetett (7) összefüggést is használni, mert abban egy további anyagjellemző, a diffúzió Q aktiválási energiája közvetlenül szerepel $K^* = Q/R \lg(e)$ formában.

II. rész: a diffúziós tényező hőmérséklettől független D_0 eleme nem állandó

Ismeretes, hogy a diffúzió jellege (pl. a kristályon keresztül, vagy annak határain) és így a diffúziós tényező is a hőmérsékleten kívül az anyagszerkezeti sajátosságoktól, pl. szemnagyságtól, vagy a kiválások számától, alakjától és méretétől, továbbá a diffundáló elem atomi méretétől és koncentráció-különbségétől, az esetleges mechanikai feszültségektől is függ⁵. Ezért reális feltevés, hogy az I. részben választott fel-

adatunkban a két különböző hőmérsékleten és időtartammal hőkezelt mintában a diffundáló elemre különböző D_0 , és különböző Q aktiválási energia értékekkel kell számolnunk, azaz az azonos diffúziós állapotra felírt (4) egyenlet az alábbiak szerint módosul (az 1 index itt is a magasabb hőmérsékleten rövidebb időtartammal, míg a 2 index az alacsonyabb hőmérsékleten hosszabb időtartammal végzett hőkezelésre vonatkozik):

$$D_{01} \cdot \exp\left(\frac{Q_1}{RT_{1D}}\right) \cdot t_{1D} = D_{02} \cdot \exp\left(\frac{Q_2}{RT_{2D}}\right) \cdot t_{2D} \quad (14)$$

Képezve a (14) összefüggés tízes alapú logaritmusát, majd ezt az egyenletet T_{2D} -vel megszorozva, továbbá az egyenlet bal oldalán annak értékét változtatlanul hagyó T_{1D}/T_{1D} szorzást is elvégezve és rendezve **kapjuk megoldásul a (15) összefüggést:**

$$T_{1D} \cdot \left[(C_{1D} + C_{1T}) + \left(\frac{T_{2D}}{T_{1D}}\right) \cdot \lg(t_{1D}) \right] = T_{2D} \cdot \left[(C_{2D} + C_{2T}) + \lg(t_{2D}) \right] = P_D \quad (15)$$

Ahol:

$$C_{1D} = \left(\frac{T_{2D}}{T_{1D}}\right) \cdot \lg(D_{01}) \quad (15/a)$$

$$C_{1T} = \frac{Q_2 \lg(e)}{RT_{1D}} \quad (15/b)$$

$$C_{2D} = \lg(D_{02}) \quad (15/c)$$

$$C_{2T} = \frac{Q_1 \lg(e)}{RT_{1D}} \quad (15/d)$$

Összevetve a (15) és az (1) összefüggéseket, szembe ötlők a tartalmi különbségek. Ebben az esetben az (1) összefüggés még becslésre sem használható.

Ellenőrzés számpéldával

Számpéldával is igazolhatjuk a feladat szerint különböző diffúziós tényezőkkel is azonos diffúziós állapotra vezető technológiai paraméterek átszámítására levezetett (15) összefüggés helyességét. Maradva az I. rész példájánál, de figyelembe véve a szemcseközi és a térfogati diffúziós tényezők különbözőségét⁵ a számítások elvégzéséhez tartozó alapadatok a következőkkel egészülnek ki:

Anyagszerkezet-vizsgálatok

Testing of material structure

$D_{01} = 1.10 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{s}$ – a magasabb hőmérsékletű kristályközi diffúziós tényező eleme, és

$Q_1 = 382\,893 \text{ J/mol}$ – aktiválási energiája;

$D_{02} = 5,623 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{s}$ – az alacsonyabb hőmérsékletű térfogati diffúziós tényező eleme, és

$Q_2 = 454\,685 \text{ J/mol}$ – aktiválási energiája;

Az alábbi számításoknál felhasznált néhány rész-eredmény:

$$Q_1/R = 46051,7 \text{ K}$$

$$(Q_1/R)/T_{1D} = 52,751$$

$$C_{2T} = (Q_1/R)/T_{1D} \cdot \lg(e) = 22,91$$

$$Q_2/R = 54686,4 \text{ K}$$

$$(Q_2/R)/T_{2D} = 70,746$$

$$C_{1T} = (Q_2/R)/T_{1D} \cdot \lg(e) = 27,21$$

$$C_{2T} = (Q_1/R)/T_{1D} \cdot \lg(e) = 22,91$$

$$C_{2D} = \lg(D_{02}) = -15,250$$

$$\lg(D_{01}) = -12,00$$

$$C_{1D} = (T_{2D}/T_{1D}) \cdot \lg(D_{01}) = -10,62543$$

$$(T_{2D}/T_{1D}) \cdot \lg(t_{1D}) = 1,152$$

Az alacsonyabb hőmérséklethez tartozó hosszabb időtartam a (15) összefüggésből számolva:

$$\lg(t_{2D}) = -12,00 + 15,25 + 0,052234 \cdot \left(\frac{454685}{773} - \frac{382893}{873} \right) + \lg(20) = 12,366$$

$$\text{azaz: } t_{2D} = 2,32264 \cdot 10^{12} \text{ óra}$$

A diffúziós állapotok egyenértékűségét igazolja a (14) összefüggésbe helyettesített adatokkal számolt eredmények azonossága:

$$1 \cdot 10^{-12} \cdot e^{-52,75} \cdot 20 = 5,623 \cdot 10^{-16} \cdot e^{-70,75} \cdot 2,32264 \cdot 10^{12} = 2,46323 \cdot 10^{-34}, \quad (16)$$

továbbá a (15) összefüggés alapján a két technológiai állapotra számolható diffúziós paraméterek egyenlősége: $P_{D1} = P_{D2}$:

$$P_{D1} = 873 \cdot \left[\left(\frac{773}{873} \right) \cdot (-12,00) + 27,21 + \left(\frac{773}{873} \right) \lg(20) \right] = 15480$$

$$= P_{D1} = 15480 \quad (17/a)$$

$$P_{D2} = 773 \cdot [-15,25 + 22,91 + \lg(2,32264 \cdot 10^{12})] = 15480 \quad (17/b)$$

Összefoglalás

Jelen dolgozat lényege annak bizonyítása, hogy az (1) összefüggés – figyelmen kívül hagyva származtatásának fémtani modelljét – nem általánosan alkalmazható az alapvetően diffúzióval vezérelt technológiai művelettel ismert hőmérsékleten és időtartammal kezelt fémötvözet azonos diffúziós állapotát eredményező más hőmérséklet és időtartam technológiai paraméterek átszámítására.

Ennek bizonyításához – a megfelelő diffúziós modellt [a (2) összefüggést] választva – a diffundáló elem meghatározott távolságon mért azonos koncentrációjával jellemzett állapotokat eredményező hőkezelés technológiai paramétereinek átszámítását mutatjuk be, mégpedig a diffúziós tényező hőmérséklettől független D_0 elemének azonosságát (a dolgozat I. része), illetve megváltozását (a dolgozat II. része) eredményező feltételek figyelembevételével.

Az I., illetve a II. esetre levezetett (7), illetve (15) összefüggéseket összevetve az (1) összefüggéssel nyilvánvaló a tartalmi különbségek, mégpedig alapvetően az, hogy az azonos diffúziós állapotot a Larson–Miller-paraméterek egyenlőségével kifejező (1) összefüggéshez képest a levezetett összefüggések egyrészt nem azonos tartalmú paraméterek egyenlősége, másrészt az (1)-ben szereplő C_L állandó hőmérsékletfüggő.

Felhasznált irodalom

- [1] Verő József, Káldor Mihály: Fémtan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977, p. 353.
- [2] Prohászka János: Bevezetés az anyagtudományba I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1988, p. 198.
- [3] Prohászka János: Bevezetés az anyagtudományba I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1988, p. 107.
- [4] Verő József, Káldor Mihály: Fémtan, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977, p. 106-107.
- [5] Prohászka János: Bevezetés az anyagtudományba I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1988, p. 112.